南充市高2021届第一次高考适应性考试

数学试题(理科)参考答案及评分意见

一、选择题:

1. C　2. D　3. C　4. A　5. B　6. D　7. C　8. B　9. A　10. C　11. D　12. A

二、填空题:

13. 3　14. 7　15. 4　16. ①②③

三、解答题:

17. 解:(1)由 题意得

$(0.002+0.006+a+0.012+0.010+a+0.002+0.002)\times 20=1$,

解得 $a=0.008$,　…………4 分

设中位数 $m=110+x$,则

$0.002\times 20+0.006\times 20+0.008\times 20+0.012\cdot x=0.5$,

解得　$x=15$,

所以　$m=110+15=125$.　…………8 分

(2)因为 $175\times(0.002\times 20+0.006\times 20+0.008\times 20+0.012\times 20)=98$,

所以,估计一天行走步数不大于 130 的人数为 98.　…………12 分

18. 解:(1)因为 $2b\cos C-c=2a$,

所以由正弦定理得　$2\sin B\cos C-\sin C=2\sin A$,　…………2 分

因为 $\sin A=\sin(\pi-(B+C)]=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C$,

所以 $-\sin C=2\cos B\sin C$,又因为 $\sin C>0$,

所以 $\cos B=-\dfrac{1}{2}$,因为 $B\in(0,\pi)$,　…………4 分

所以 $B=\dfrac{2\pi}{3}$.　…………5 分

(2)由(1)得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=c^2+3c+9$　①　…………6 分

又 $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$,　②

取 AC 的中点 D,连 BD,在 $\triangle CBD$ 中,

$\cos C=\dfrac{BC^2+CD^2-BD^2}{2BC\cdot CD}=\dfrac{a^2+\dfrac{b^2}{4}-\dfrac{19}{4}}{ab}$,　③　…………8 分

由②③得 $2c^2-b^2=1$,　④　…………10 分

由①④得 $c^2-3c-10=0$,解得 $c=5$ 或 $c=-2$(舍去)

所以 $c=5$.　…………12 分

19. 解：(1) 证明：由题意 $AB=2CD$，O 是线段 AB 的中点，则 $OB=CD$，

又 $CD\parallel AB$，所以 $OBCD$ 为平行四边形，

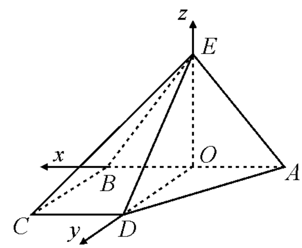
又 $BC\perp CD$，所以 $AB\perp OD$. …………2 分

因为 $AE=BE$，$OB=OA$，所以 $EO\perp AB$， …………3 分

又 $EO\cap DO=0$，所以 $AB\perp$ 平面 DOE，又 $AB\subset$ 平面 ABE，

所以平面 $ABE\perp$ 平面 DOE …………5 分

(2) 解：由 (1) 知 OB，OD，OE 两两垂直，以 O 为坐标原点，以 OB，OD，OE 所在直线分别为 x，y，z 建立如图所示空间直角坐标系 $O-xyz$.



因为 $\triangle EAB$ 为等腰直角三角形，且 $AB=2CD=2BC$，则

$OA=OB=OD=OE$，取 $CD=BC=1$，则

$O(0,0,0)$，$C(1,1,0)$，$D(0,1,0)$，$E(0,0,1)$，$\overrightarrow{CD}=(-1,0,0)$，$\overrightarrow{DE}=(0,-1,1)$. …………7 分

设平面 ECD 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，则

$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{CD}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DE}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-x=0\\ -y+z=0\end{cases}$ 取 $z=1$，则 $\vec{n}=(0,1,1)$， …………9 分

因为 $OD\perp$ 平面 ABE，所以平面 ABE 的一个法向量为 $\overrightarrow{OD}=(0,1,0)$ …………10 分

设平面 ECD 与平面 ABE 所成锐二面角为 θ，则 $\cos\theta=|\cos<\overrightarrow{OD},\vec{n}>|=\dfrac{|0\times0+1\times1+0\times1|}{1\times\sqrt{1^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

所以 $\theta=45°$，

故平面 ECD 与平面 ABE 所成锐二面角为 $45°$. …………12 分

20. 解：(1) 由题意得 $f'(x)=3x^2-m$，

所以 $f'(1)=3-m$， …………2 分

因为 $f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $9x+y-48=0$，

所以 $3-m=-9$，$9\times1+f(1)-48=0$，

解得 $m=12$，$f(1)=39$， …………4 分

所以 $39=1^3-12\times1+n$，

解得 $n=50$，

故 $m=12$，$n=50$. …………5 分

(2) 由 (1) 得 $f(x)=x^3-12x+50$，$f'(x)=3x^2-12=3(x+2)(x-2)<0$

所以 $f(x)$ 在 $[-2,2]$ 上单调递减， …………7 分

当 $0<t\leqslant2$ 时，对任意 $x_1,x_2\in[t-2,t]$，都有 $|g(x_1)-g(x_2)|\leqslant1$，即当 $x\in[t-2,t]$ 时，

$f(x)_{\max}-f(x)_{min}\leqslant16t$ …………9 分

因为 $[-2,2]\supseteq[t-2,t]$，所以 $f(x)$ 在 $[t-2,t]$ 上单调递减，

所以$f(x)_{\max}=f(t-2)=(t-2)^3-12(t-2)+50$,

$f(x)_{\min}=f(t)=t^3-12t+50$,

则 $f(x)_{\max}-f(x)_{\min}=-6t^2+12t+16\leqslant 16t$, …………11 分

即 $3t^2+2t-8\geqslant 0$,解得 $t\leqslant -2$ 或 $t\geqslant \frac{4}{3}$,又 $0<t\leqslant 2$

所以$\frac{4}{3}\leqslant t\leqslant 2$,

故 t 的取值范围是$\left[\frac{4}{3},2\right]$. …………12 分

21. 解:(1)设动点 $P(x,y)$,则

$|PM|^2=(x-2)^2+(y-1)^2$, $|PO|^2=x^2+y^2$, $d=|y+1|$, …………2 分

由$|PM|^2+d^2=|PO|^2+6$,得

$(x-2)^2+(y-1)^2+|y+1|^2=x^2+y^2+6$,

化简得 $y^2=4x$,

故动点 P 的轨迹 C 的方程为 $y^2=4x$. …………4 分

(2)由题意知直线 QA,QB 的斜率存在且不为 0,

由(1)知点 $Q(1,2)$,

所以设直线 QA 的方程为 $y=k_1(x-1)+2$,$(k_1\neq 0)$,

则 D 到 QA 的距离 $m=\frac{|2k_1+2|}{\sqrt{k_1^2+1}}$,$(0<m\leqslant\sqrt{2})$,

整理得$(m^2-4)k_1^2-8k_1+m^2-4=0$.

设直线 QB 的方程为 $y=k_2(x-1)+2$,$(k_2\neq 0)$,

同理可得$(m^2-4)k_2^2-8k_2+m^2-4=0$, …………6 分

所以 k_1,k_2 是方程$(m^2-4)k^2-8k+m^2-4=0$ 的两根,

因为 $\Delta=64-4(m^2-4)^2=32m^2-4m^4>0$,

所以 $k_1+k_2=\frac{8}{m^2-4}$,$k_1k_2=1$. …………7 分

设 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$

由$\begin{cases}y=k_1(x-1)+2,\\ y^2=4x,\end{cases}$ 得 $k_1y^2-4y-4k_1+8=0$.

$\Delta=16-4k_1(-4k_1+8)>0$,

所以 $2y_1=\frac{8-4k_1}{k_1}$,$y_1=\frac{4}{k_1}-2=4k_2-2$,

同理可得 $y_2=4k_1-2$, …………8 分

设线段 AB 中点的横坐标为 x_0,则

$x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{y_1^2+y_2^2}{8}$

$$=\frac{(4k_2-2)^2+(4k_1-2)^2}{8}=2(k_1^2+k_2^2)-2(k_1+k_2)+1=2(k_1+k_2)^2-2(k_1+k_2)-3,$$

…………10 分

设 $t=k_1+k_2=\frac{8}{m^2-4}\in[-4,-2)$,

所以 $x_0=2t^2-2t-3,(-4\leqslant t<-2)$,

函数 $y=2x^2-2x-3$ 在 $[-4,-2)$ 为单调递减,

所以 $9<x_0\leqslant 37$,

故线段 AB 中点的横坐标的取值范围是 $(9,37]$. …………12 分

22. 解:(1)由 $\begin{cases} x=1+\frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t, \end{cases}$ 消去参数 t,得 $x-y=1$,由 $x=\rho\cos\theta,y=\rho\sin\theta$

可得 C_1 的极坐标方程为 $\rho(\cos\theta-\sin\theta)=1$. …………3 分

由 $\rho=2(\cos\theta+\sin\theta)$ 可得 $\rho^2=2\rho\cos\theta+2\rho\sin\theta$,则 C_2 的直角坐标方程为

$x^2+y^2=2(x+y)$,即 $x^2+y^2-2x-2y=0$. …………5 分

(2)由 $\rho=2(\cos\theta+\sin\theta)$ 得 $\cos\theta+\sin\theta=\frac{\rho}{2}$, ①

由 $\rho(\cos\theta-\sin\theta)=1$ 得 $\cos\theta-\sin\theta=\frac{1}{\rho}$, ②

所以①^2+②^2 得 $\frac{\rho^2}{4}+\frac{1}{\rho^2}=2$,即 $\rho^4-8\rho^2+4=0$,

设 P,Q 两点所对应的极径分别为 ρ_1,ρ_2,则 $(\rho_1\rho_2)^2=4$,

所以 $|OP||OQ|=2$. …………10 分

23. 解:(1) $f(x)=|x-2|+|x+1|=\begin{cases} -2x+1, x<-1, \\ 3, -1\leqslant x\leqslant 2, \\ 2x-1, x>2, \end{cases}$ …………2 分

由 $f(x)\leqslant 5$ 可得 $\begin{cases} x<-1, \\ -2x+1\leqslant 5, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} -1\leqslant x\leqslant 2, \\ 3\leqslant 5, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x>2, \\ 2x-1\leqslant 5, \end{cases}$

解得 $-2\leqslant x<-1$ 或 $-1\leqslant x\leqslant 2$ 或 $2<x\leqslant 3$

所以原不等式的解集为 $\{x|-2\leqslant x\leqslant 3\}$. …………5 分

(2)若存在 x_0,使得 $f(x_0)\leqslant 3$,则只需 要 $f(x)_{\min}\leqslant 3$.

因为 $\left|x-\frac{2}{a}\right|+|x+a|\geqslant a+\frac{2}{a},(a>0)$ …………8 分

所以只需 $a+\frac{2}{a}\leqslant 3$,即 $a^2-3a+2\leqslant 0$,解得 $1\leqslant a\leqslant 2$

故 a 的取值范围是 $[1,2]$. …………10 分